

# Espressioni regolari

---

Corso di Fondamenti di Informatica - 1 modulo

Corso di Laurea in Informatica

Università di Roma "Tor Vergata"

Prof. Giorgio Gambosi



Data l'espressione regolare  $a^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 1: soluzione

Data l'espressione regolare  $a^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  composte di soli caratteri  $a$ .

$$\{\varepsilon, a, aa, aaa, aaaa\}$$

Data l'espressione regolare  $(ab)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

## 2: soluzione

Data l'espressione regolare  $(ab)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  composte come una sequenza di coppie  $ab$ .

$$\{\varepsilon, ab, abab, ababab, abababab\}$$

Data l'espressione regolare  $a(a + b)^*a$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

### 3: soluzione

Data l'espressione regolare  $a(a + b)^*a$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 2$  che iniziano e terminano con il carattere  $a$ .

$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*a(a + b)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.



## 4: soluzione

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*a(a + b)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 1$  che contengono almeno un carattere  $a$ .

$\{a, ab, ba, bba, aa\}$

Data l'espressione regolare  $a(a + b)^*a$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

## 5: soluzione

Data l'espressione regolare  $a(a + b)^*a$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 2$  che iniziano e terminano con il carattere  $a$ .

$\{aa, aaa, aba, aaaa, abaa\}$

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*a(a + b)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*a(a + b)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 1$  che contengono almeno un carattere  $a$ .

$\{a, ab, ba, bba, aa\}$

Data l'espressione regolare  $(a(cd)^*a)^*$ , definita su  $\{a, b, c, d\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

## 7: soluzione

Data l'espressione regolare  $(a(cd)^*a)^*$ , definita su  $\{a, b, c, d\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  composte da una sequenza (eventualmente nulla) di sottostringhe, ognuna delle quali inizia per  $a$ , continua con una sequenza (eventualmente nulla) di caratteri  $c$  e  $d$ , e termina per  $b$ .

$$\{\varepsilon, ab, accddcdb, acccb, abab\}$$

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*ab$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.



## 8: soluzione

Data l'espressione regolare  $(a + b)^*ab$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 2$  che terminano per  $ab$ .

$\{ab, aab, bab, abab, aaaab\}$

Data l'espressione regolare  $(aa)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Data l'espressione regolare  $(aa)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  pari composte di soli caratteri  $a$ .

$$\{\varepsilon, aa, aaaa, aaaaaa, aaaaaaaaa\}$$

Data l'espressione regolare  $(a^*ba^*ba^*)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

## 10: soluzione

Data l'espressione regolare  $(a^*ba^*ba^*)^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  con un numero pari di caratteri  $b$ .

$\{\varepsilon, bb, aabab, abaabbb, bbbb\}$

Data l'espressione regolare  $a^*b^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

# 11: soluzione

Data l'espressione regolare  $a^*b^*$ , definita su  $\{a, b\}$ , descrivere il linguaggio corrispondente ed elencare 5 stringhe del linguaggio stesso.

Stringhe  $w$  di lunghezza  $|w| \geq 0$  composte da una sequenza di  $a$  seguita da una sequenza di  $b$ .

$$\{\varepsilon, ab, aab, abbb, aaa\}$$

Data l'espressione regolare  $(ba + a)^*(b + ba)^*$ , definita su  $\{a, b\}$  fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.



## 12: soluzione

Data l'espressione regolare  $(ba + a)^*(b + ba)^*$ , definita su  $\{a, b\}$  fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

$\{bbaa\}$

Data l'espressione regolare  $a^*(b + aaa^*)^*a^*$ , definita su  $\{a, b\}$  fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

## 13: soluzione

Data l'espressione regolare  $a^*(b + aaa^*)^*a^*$ , definita su  $\{a, b\}$  fornire 1 stringa che non appartiene al linguaggio relativo.

$\{bab\}$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000.

## 14: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000.

$$(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che non contengono la sottostringa 000.

## 15: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che non contengono la sottostringa 000.

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.



## 16: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000, ma non come caratteri iniziali.

$$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio né alla fine.

## 17: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono la sottostringa 000, ma non all'inizio né alla fine.

$$1(0 + 1)^*000(0 + 1)^*1$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono esattamente tre caratteri 0

## 18: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono esattamente tre caratteri 0

$1^*01^*01^*01^*$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono al più tre caratteri 0

## 19: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono al più tre caratteri 0

$$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono almeno tre caratteri 0



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono almeno tre caratteri 0

$$1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)1^*(0 + 1^*)(0 + 1)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che iniziano e terminano con due caratteri diversi.

## 21: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che iniziano e terminano con due caratteri diversi.

$0(0 + 1)^*1 + 1(0 + 1)^*0$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono un numero dispari di 0

## 22: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono un numero dispari di 0

$$1^*0(1^*01^*0)^*1^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono un numero pari di 0

## 23: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, 1\}$  che contengono un numero pari di 0

$$1^*01^*0(1^*01^*0)^*1^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, \dots, 9\}$  che rappresentano interi divisibili per 5



## 24: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{0, \dots, 9\}$  che rappresentano interi divisibili per 5

$$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)^*(0 + 5)$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  che contengono un numero di caratteri  $a$  pari a  $4k + 1$ , per qualche  $k \geq 0$ .

## 25: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  che contengono un numero di caratteri  $a$  pari a  $4k + 1$ , per qualche  $k \geq 0$ .

$$(b + c)^* a (b + c)^* (a (b + c)^* a (b + c)^* a (b + c)^* a (b + c)^*)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  di lunghezza pari a  $3k$ , per qualche  $k \geq 0$ .

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  di lunghezza pari a  $3k$ , per qualche  $k \geq 0$ .

$$((a + b + c)(a + b + c)(a + b + c))^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti un numero di caratteri  $c$  pari a  $3k$ , per qualche  $k \geq 0$ .

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti un numero di caratteri  $c$  pari a  $3k$ , per qualche  $k \geq 0$ .

$$((a + b)^* c (a + b)^* c (a + b)^* c (a + b)^*)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti 2 caratteri  $a$  o 3 caratteri  $b$ .



Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti 2 caratteri  $a$  o 3 caratteri  $b$ .

$$(b+c)^*a(b+c)^*a(b+c)^* + (a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*b(a+c)^*$$

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti 2 caratteri  $a$  e 3 caratteri  $b$ .

## 29: soluzione

Definire un'espressione regolare che descriva l'insieme delle stringhe su  $\{a, b, c\}$  contenenti 2 caratteri  $a$  e 3 caratteri  $b$ .

$$\begin{aligned} &c^*ac^*ac^*bc^*bc^*bc^* + c^*ac^*bc^*ac^*bc^*bc^* + c^*ac^*bc^*bc^*ac^*bc^* + \\ &c^*ac^*bc^*bc^*bc^*ac^* + c^*bc^*ac^*ac^*bc^*bc^* + c^*bc^*ac^*bc^*ac^*bc^* + \\ &c^*bc^*ac^*bc^*bc^*ac^* + c^*bc^*bc^*ac^*ac^*bc^* + c^*bc^*bc^*ac^*bc^*ac^* + c^*bc^*bc^*bc^*ac^*ac^* \end{aligned}$$

Fattorizzando:

$$\begin{aligned} &c^*ac^*(ac^*bc^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*))) + \\ &c^*bc^*(ac^*(ac^*bc^*bc^* + bc^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*)) + bc^*(ac^*(ac^*bc^* + bc^*ac^*) + bc^*ac^*ac^*)) \end{aligned}$$

Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è  $\{0, 1\}$ .

1.  $L_1 = \{w \mid w \text{ contiene la stringa } 0101\}$
2.  $L_2 = \{w \mid w \text{ non contiene la stringa } 100 \text{ come sottostringa}\}$
3.  $L_3 = \{w \mid$   
 $w \text{ inizia con } 0 \text{ e ha lunghezza dispari, o inizia con } 1 \text{ e ha lunghezza pari}\}$
4.  $L_4 = \{w \mid w \text{ ha al più } 5 \text{ caratteri}\}$
5.  $L_1 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$

Definire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi. Si intende che l'alfabeto è  $\{0, 1\}$ .

1.  $L_1 = \{w \mid w \text{ contiene la stringa } 0101\}$
2.  $L_2 = \{w \mid w \text{ non contiene la stringa } 100 \text{ come sottostringa}\}$
3.  $L_3 = \{w \mid$   
 $w \text{ inizia con } 0 \text{ e ha lunghezza dispari, o inizia con } 1 \text{ e ha lunghezza pari}\}$
4.  $L_4 = \{w \mid w \text{ ha al più } 5 \text{ caratteri}\}$
5.  $L_1 = \{w \mid w \neq \varepsilon\}$

Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto  $\{a, b\}$ .

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre  $a$ .
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia  $ab$  che  $ba$  come sottostringhe.

Definire espressioni regolari per i seguenti linguaggi sull'alfabeto  $\{a, b\}$ .

1. Il linguaggio di tutte le stringhe che contengono almeno tre  $a$ .
2. Il linguaggio di tutte le stringhe che iniziano e terminano con lo stesso simbolo.
3. Il linguaggio di tutte le stringhe aventi sia  $ab$  che  $ba$  come sottostringhe.

Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1.  $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene esattamente 2 caratteri } a\}$
3.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero pari di caratteri } a\}$
4.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero dispari di caratteri } a\}$



Fornire le espressioni regolari che descrivono i seguenti linguaggi.

1.  $L = \{a^{2i} \mid i > 0\}$
2.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene esattamente 2 caratteri } a\}$
3.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero pari di caratteri } a\}$
4.  $L = \{\sigma \mid \sigma \text{ contiene un numero dispari di caratteri } a\}$