Fondamenti dell'Informatica 1 semestre

Quiz sugli ASF

Prof. Giorgio Gambosi

Quesito 1: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \text{ ogni } 0 \text{ in } w \text{ è seguito immediatamente da almeno due } 1\}$$

.

Quesito 2: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \neq \varepsilon \text{ e il primo simbolo di } w \text{ e l'ultimo sono uguali } \}$$

.

Quesito 3: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | \mid w \mid = 7i, i \geq 0\}$$

.

Quesito 4: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{0,1\}^* - \{\varepsilon\}$$

.

Quesito 5: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \text{ inizia con } 1 \text{ e termina con } 0\}$$

.

Quesito 6: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \text{ contiene un numero pari di } 0, \text{ o contiene esattamente due } 1\}$$

.

Quesito 7: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \text{ contiene esattamente due} 0\}$$

.

Quesito 8: Definire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | w \text{ contiene esattamente due} 0 \text{ e almeno due } 1\}$$

.

Quesito 9:efinire un ASFD che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ definito come

$$L = \{w | \mid w \mid mod 5 = 1\}$$

.

Quesito 10: Utilizzare gli ASF per dimostrare che:

1. $L = \{a^n | n \geq 4\}$ è regolare
2. Se L è regolare allora $L \cup \{\varepsilon\}$ è regolare
3. Se L è regolare allora $\overline{L}$ è regolare

Quesito 11: Definire un ASFND avente 3 stati e che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{0, 1\}^*$ definito come

$$L = 0^* 1^* 0^+$$

L è quindi l'insieme delle stringhe composte da una sequenza (eventualmente nulla) di 0 seguita da una sequenza (eventualmente nulla) di 1 seguita da una sequenza di almeno uno 0.

Quesito 12: Definire un ASFND che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{a, b\}^*$ definito come

$$L_1 = \{a^n b a^m | n, m \geq 0\}$$

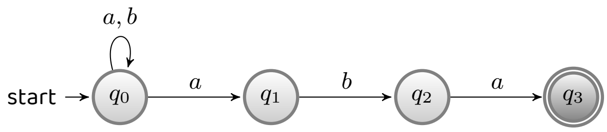
.

Quesito 13:efinire un ASFND che riconosce il linguaggio $L \subseteq \{a, b\}^*$ definito come

$$L_1 = \{a^n b a^m | n, m \geq 0\}$$

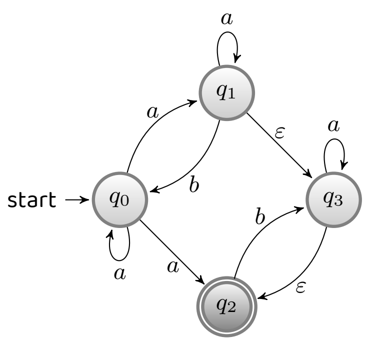
.

Quesito 14: Dato il seguente AFND,



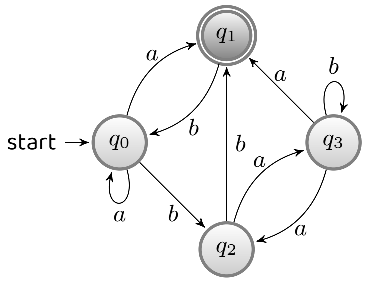
derivare un ASFD equivalente.

Quesito 15: Dato il seguente AFND con ε-transizioni,



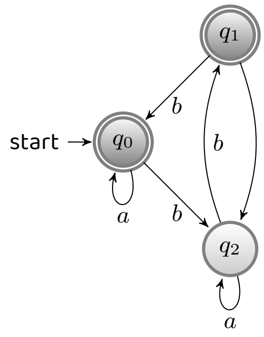
derivare un ASFND privo di ε-transizioni equivalente.

Quesito 16: Dato il seguente grafo di transizione,



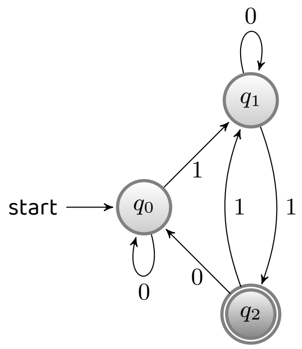
Costruire un ASFD $\mathcal{A}_D = (Q', \Sigma, \delta', q'_0, F')$ equivalente a $\mathcal{A}_N$: definire gli elementi Q', δ', q'_0, F' e descrivere poi l'automa mediante il relativo grafo di transizione.

Quesito 17: Dato il seguente ASFD,



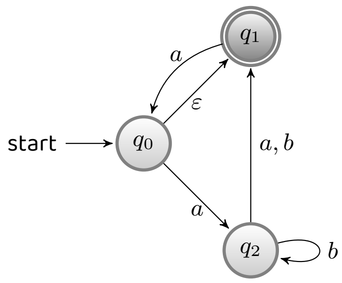
derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio riconosciuto dall'automa.

Quesito 18: Dato il seguente ASFD,



derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio riconosciuto dall'automa.

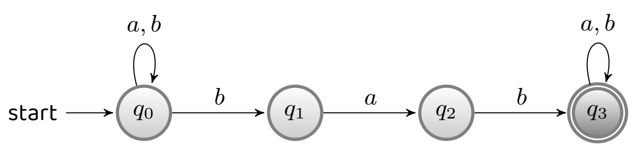
Quesito 19: Dato il seguente ASFND,



derivare una espressione regolare che descriva il linguaggio riconosciuto dall'automa.

Quesito 20:

Dato il seguente ASFND,



derivare un ASFD che riconosca lo stesso linguaggio.

Quesito 21: Si dimostri il seguente enunciato:

Sia $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un ASFD che riconosce un linguaggio L infinito. Esiste allora (almeno) uno stato $q' \in Q$ per cui valgono le seguenti proprietà:

- Esiste un cammino da q_0 a q'
- Esiste un ciclo che include q'
- Esiste un cammino da q' a qualche stato in F.

Quesito 22: Per ogni stringa $w \in \{0,1\}^*$ sia $\texttt{double}(w)$ la stringa ottenuta sostituendo in w ogni occorrenza di 0 con 00 ed ogni occorrenza di 1 con 11. Per ogni linguaggio $L \subseteq \{0,1\}^*$ sia $\texttt{double}(L) = \{\texttt{double}(w) \mid w \in L\}$. Si definisca un procedimento che, dato un linguaggio L riconosciuto da un ASFD $\mathcal{A}$, derivi da esso l'automa $\mathcal{A}'$ che riconosce $\texttt{double}(L)$.

Quesito 23: Sia dato l'ASFND con ε-transizioni $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta_N, q_0, \{q_F\})$ tale che non esistono né transizioni in q_0 né transizioni da q_F. Detto L il linguaggio accettato da $\mathcal{A}$, specificare quali linguaggi vengono accettati dai seguenti automi:

1. L'automa $\mathcal{A}_1$ ottenuto da $\mathcal{A}$ aggiungendo una ε-transizione da q_F a q_0.
2. L'automa $\mathcal{A}_2$ ottenuto da $\mathcal{A}$ aggiungendo una ε-transizione da q_0 a ogni stato raggiungibile da q_0.
3. L'automa $\mathcal{A}_3$ ottenuto da $\mathcal{A}$ aggiungendo una ε-transizione da ogni stato a partire da cui q_F è raggiungibile a q_F stesso.
4. L'automa $\mathcal{A}_4$ ottenuto applicando contemporaneamente le modifiche ai due punti precedenti.

Quesito 24:na stringa u è un prefisso di una stringa w se esiste v tale che $w = uv$. Dato un ASFND $\mathcal{A}$ che accetta un linguaggio $L = L(A)$ derivare un ASFND $\mathcal{A}_p$ che accetta il linguaggio $L_s = \{w \mid \exists x \in L, w \text{ è un prefisso di } x\}$.

Quesito 25: Una stringa u è un suffisso di una stringa w se esiste v tale che $w = vu$. Dato un ASFND $\mathcal{A}$ che accetta un linguaggio $L = L(A)$ derivare un ASFND $\mathcal{A}_s$ che accetta il linguaggio $L_p = \{w \mid \exists x \in L, w \text{ è un suffisso di } x\}$

Quesito 26: Sia $\mathcal{A}$ un ASFD con $\Sigma = \{a,b\}$, $Q = \{q_1, \ldots, q_8\}$, $q_0 = q_1$, $F = \{q_3, q_4\}$ e δ definita nel modo seguente:

	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8
a	q_1	q_3	q_4	q_3	q_4	q_6	q_2	q_3
b	q_4	q_1	q_2	q_5	q_6	q_3	q_4	q_1

Determinare un automa minimo equivalente a $\mathcal{A}$.

Quesito 27: Definire un ASFD che riconosca il linguaggio $L \subset \{a,b\}$ comprendente tutte le stringhe he non contengono la stringa aba al loro interno.

Quesito 28: Definire un algortmo che, dato un ASFD $\mathcal{A}$, determina intempo finito se $L(\mathcal{A})$ contiene almeno 100 stringhe.

Quesito 29: Sia dato l'ASFND A con $\Sigma = \{0,1\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $F = \{q_1\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1
0	q_0	$\{q_0, q_1\}$
1	q_1	q_0

Si forniscano una grammatica regolare $\mathcal{G}$ e una espressione regolare $\mathcal{R}$ che definiscano entrambe il linguaggio $L(\mathcal{A})$ accettato da $\mathcal{A}$.

Quesito 30: Costruire un ASFND che accetti il linguaggio definito dall'espressione regolare $a(aa+ab)^*ab$

Quesito 31: Sia dato l'ASFD $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{a,b\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $F = \{q_4, q_5\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
a	q_1	q_4	q_5	q_4	q_0	q_5
b	q_2	q_3	q_3	q_4	q_1	q_5

Derivare l'automa minimo equivalente ad $\mathcal{A}$.

Quesito 32: Sia dato l'ASFND $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{0,1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2	q_3
0		q_1	q_3	
1		$\{q_1, q_2\}$	q_3	
ε	$\{q_1, q_3\}$			

Derivare un ASFD, contenente soltanto stati raggiungibili, equivalente ad $\mathcal{A}$.

Quesito 33: Sia dato l'ASFND $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{a,b\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2	q_3
a	$\{q_0, q_1\}$		q_3	
b	q_0	q_2		

Derivare un ASFD, contenente soltanto stati raggiungibili, equivalente ad $\mathcal{A}$.

Quesito 34:Definire un ASFD che accetti il linguaggio $L \subset \{a, b\}^*$ tale che, per ogni $\sigma \in \{a, b\}^*$, $\sigma \in L$ se e solo se in σ compaiono non più di tre caratteri a.

Quesito 35:Si supponga di avere due linguaggi L_1, L_2 riconosciuti dai due automi a stati finiti deterministici $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$. Si descriva l'automa a stati finiti $\mathcal{A}$ che riconosce la differenza simmetrica di L_1 e L_2.

Quesito 36: Sia dato l'ASFND $\mathcal{A}$ con $\Sigma = \{0, 1\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_3\}$ e δ definita dalla tabella seguente:

	q_0	q_1	q_2	q_3
0	$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\{q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$	$\emptyset$
ε	q_2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Derivare un automa a stati finiti deterministico equivalente ad $\mathcal{A}$

Quesito 37: Data l'espressione regolare $a^*b^* + b^*a^*$, costruire una automa a stati finiti deterministico che riconosca il linguaggio descritto da essa.

Quesito 38: Si definisca un automa a stati finiti che riconosca l'insieme delle stringhe corrispondenti a numeri reali in notazione esponenziale e base 2, del tipo cioé xey dove x è un numero (eventualmente) con punto e parte decimale ed eventualmente con segno e y è un numero con eventuale segno, diverso da 0 e 1.

Si assume che un numero debba iniziare con una cifra diversa da 0 e che una parte decimale non termini per 0. Esempi: $1, -10, +1.011, 110e10, 101e-10, 10.01e1001, +1.0001e100$.

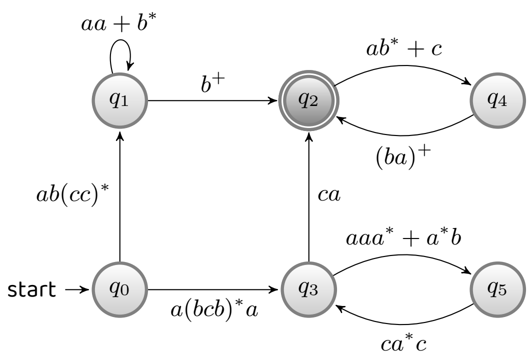
Quesito 39: Sia dato il linguaggio

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^+ \mid \text{l'ultimo carattere in } w \text{ non è comparso prima}\}$$

Si definisca un automa a stati finiti che accetti L.

Quesito 40: Costruire un ASFD che riconosca il linguaggio descritto dall'espressione regolare $a((ab + aba)^*a)^*$

Quesito 41: Si consideri una estensione dei DFA in cui le transizioni sono associate ad espressioni regolari arbitrarie su Σ. Ad esempio:



Mostrare che l'insieme dei linguaggi riconoscibili dal modello esteso corrisponde ai linguaggi di tipo 3, mostrando l'equivalenza tra il modello esteso e i DFA.